

# PRECIOS, COSTOS Y LA OPCIÓN REAL DE EXPANDIR LA UNIDAD DE PRODUCCIÓN DE HUEVO COMERCIAL EN MÉXICO

## PRICES, COSTS AND THE REAL OPTION TO EXPAND THE COMMERCIAL EGG PRODUCTION UNIT IN MEXICO

Verónica Pérez-Cerecedo<sup>1</sup>, José de J. Brambila-Paz<sup>1\*</sup>, Jaime A. Matus-Gardea<sup>1</sup>, Daniel Barrera-Islas<sup>1</sup>, Adrián González-Estrada<sup>2</sup>, Marcos Portillo-Vázquez<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Socioeconomía. Campus Montecillo. Colegio de Postgraduados. 56230. Montecillo, Estado de México. (verónica\_cerecedo@hotmail.com), (jbrambilaa@colpos.mx), (jmatus@colpos.mx), (dbarrera@colpos.mx). <sup>2</sup>Campo Experimental Valle de México-INIFAP, Carretera Los Reyes-Texcoco, Km 13.5, Coatlinchán, Texcoco, Estado de México, México. 56250. (adrglz@prodigy.net.mx). <sup>3</sup>Universidad Autónoma Chapingo-DICEA, Km 38.5, Carretera México- Texcoco, 56230, Texcoco, Estado de México. México. (mportillo49@yahoo.com.mx).

### RESUMEN

La tendencia de caída del precio del huevo genérico en México afecta directamente a productores primarios, reduce el ingreso generado por gallina y provoca la pérdida de 30% de las pequeñas empresas y la concentración del mercado nacional. El objetivo de esta investigación fue estimar la conveniencia financiera de seguir en la producción de huevo genérico comercial. Las hipótesis fueron que las pequeñas unidades de producción comercial de huevo genérico tienden a tener un valor menor en la opción de invertir en un instrumento libre de riesgo lo que permite a las empresas medianas y grandes estar en una mejor posición financiera para expandir su producción y, de seguir las tendencias de mercado actual, la producción se concentrará en las grandes empresas. El costo de la opción real de expandir el negocio para cada nivel de producción se estimó, tomando en cuenta el comportamiento volátil del precio del huevo y el rendimiento por gallina, mediante el cálculo de la tendencia del valor por gallina con el modelo Black-Scholes. El costo de expandir resultó considerablemente mayor para los pequeños productores respecto a los medianos y grandes. Si la tendencia de mercado continúa, 50% de las pequeñas empresas productoras de huevo dejarán el negocio por no ser viable en términos financieros.

**Palabras clave:** volatilidad de precio, opción real, modelo Black-Scholes.

### ABSTRACT

The tendency of falling prices of generic egg in Mexico directly affects primary producers, reduces the income generated per hen and provokes the loss of 30% of the small businesses and the concentration of the national market. The objective of the present study was to estimate the financial convenience of continuing the production of commercial generic egg. The hypotheses were that the small commercial production units of generic egg tend to have lower value in the option of investing in a risk free instrument which allows the medium and large businesses to be in a better financial position for expanding their production, and if the present market tendencies continue, production will be concentrated in the large companies. The cost of the real option for expanding the business was estimated for each production level, taking into account the volatile behavior of the price of egg and yield per hen, by means of the calculation of the tendency of the value per hen with the Black-Scholes model. The cost of expansion resulted considerably higher for the small producers with respect the medium and large producers. If the market tendency continues, 50% of the small egg producers will abandon the business because of its financial unviability.

**Key words:** price volatility, real option, Black-Scholes model.

### INTRODUCTION

The alimentation of the Mexican population has changed since the second half of the twentieth century. The consumption of maize (*Zea mays*), bean (*Phaseolus vulgaris*), chili (*Capsicum annuum*), squash (*Curcubita pepa*), fruits and

\* Autor para correspondencia ♦ Author for correspondence.

Recibido: octubre, 2018. Aprobado: mayo, 2019.

Publicado como ARTÍCULO en *Agrociencia* 54: 589-600. 2020.

## INTRODUCCIÓN

La alimentación de la población mexicana ha cambiado desde la segunda mitad del siglo XX. El consumo de maíz (*Zea mays*), frijol (*Phaseolus vulgaris*), chile (*Capsicum annuum*), calabacita (*Cucurbita pepo*), frutas y verduras cambió por leche, huevo, trigo (*Triticum spp*), carnes rojas, y pollo (SAGARPA, 2017). El consumo anual de huevo *per capita* promedio en 1972 era 7.79 kg y en 2014 fue 20.92 kg. Para satisfacer la demanda creciente la producción nacional aumentó de 401.26 miles de Mg en 1972 a 2567.20 miles de Mg en 2014 (SARH, 1990; SIAP, 2018) y el precio real se redujo de \$79.57 MXN pesos (equivalentes a 4.18 USD, al tipo de cambio de \$19.05 por dólar) por kg al productor a \$20.43 MXN pesos en los mismos años (CEFP, 2015; SIAP, 2018).

Para compensar la baja constante del precio, el productor de huevo genérico usó los avances de la genética para aumentar el rendimiento por gallina, el cual pasó de 4.64 kg anuales en 1972 a 13.27 kg en 2014, e incrementó su escala productiva para reducir costos de producción. Sin embargo, no todos los productores han logrado compensar la baja de precios con rendimiento y crecimiento de escala, por lo que sus costos se elevaron y salieron del mercado de huevo genérico.

En los años sesenta del siglo XX la mayor producción de huevo comercial venía de empresas pequeñas, en los años noventa la producción se concentró en las empresas medianas. En 2015 la estructura de mercado se transformó y concentró la producción en las grandes (51%) y las medianas (41%) empresas dejando a las pequeñas con solo el 8% del mercado. De 1996 al 2015 cerraron 41 empresas productoras de huevo comercial, cerca del 30% de las pequeñas unidades de producción, mientras que el número de empresas grandes aumentó en 67%. Además se estima que solo 10 empresas concentran la mayoría de la producción de huevo genérico en México (UNA, 2015; 2016; 2017).

El objetivo de esta investigación fue estimar la conveniencia financiera de seguir en la producción de huevo genérico comercial al medir la tendencia del valor por gallina con base en el comportamiento

vegetables changed for milk, eggs, wheat (*Triticum spp*), red meats, and chicken (SAGARPA, 2017). The average annual egg consumption *per capita* in 1972 was 7.79 kg and in 2014 was 20.92 kg. To satisfy the growing demand, national production increased from 401.26 thousand Mg in 1972 to 2567,20 thousand Mg in 2014 (SARH, 1990, SIAP, 2018) and the real price was reduced from \$79.57 MXN pesos (equivalent to 4.18 USD, at the exchange rate of \$19.05 per dollar) per kilo to the producer to \$20.43 MXN pesos in the same years (CEFP, 2015; SIAP, 2018).

To compensate the constant price drop, the generic egg producer used the advances in genetics to increase yield per hen, which increased from 4.64 kg per year in 1972 to 13.27 kg in 2014, and increased its productive scale to reduce production costs. However, not all producers have managed to compensate the drop in price with yield and scale growth, and their costs have increased, thus forcing them to leave the generic egg market.

In the decade of the sixties of the twentieth century, the highest commercial egg production was of small producers, while in the nineties, production was concentrated in the medium sized firms. In 2015, the market structure was transformed and production was concentrated in large (51%) and medium sized (41 %) production units, leaving the small producer with only 8% of the market. From 1996 to 2015, 41 commercial egg producers closed, nearly 30% of the small production units, whereas the number of large producers increased by 67%. Furthermore, it is estimated that just 10 companies concentrated the majority of generic egg production in Mexico (UNA, 2015; 2016; 2017).

The objective of the present study was to estimate the financial convenience of continuing commercial egg production through measuring the tendency of the value per hen based on the volatile behavior of the price of egg and yield per hen. The hypotheses were as follows: 1) the tendency of the small production units of commercial generic egg is toward a value lower than the option of investing in a risk free instrument; 2) the tendency of egg production is to concentrate in large production units and to force the small producers out of the market.

volátil del precio del huevo y el rendimiento por gallina. Las hipótesis fueron: 1) la tendencia de las unidades pequeñas de producción comercial de huevo genérico es hacia un valor menor a la opción de invertir en un instrumento libre de riesgo; 2) la tendencia en la producción de huevo es a concentrarse en las empresas grandes y dejar fuera del mercado a los productores pequeños.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Las cadenas de probabilidad de Markov y la concentración de la producción de huevo

La concentración de la producción de huevo se proyecta al 2030 con el uso de las cadenas de probabilidad de Markov (Pinsky y Karlin, 2010). Las unidades de producción de huevo se dividen en pequeñas, medianas y grandes y se calcula la probabilidad de que sigan en el mismo estrato o cambien. Hay que hacer algunos supuestos: todas las empresas grandes se mantienen en su estrato, solo algunas medianas (4 unidades de producción) se vuelven grandes, solo algunas pequeñas (4) se vuelven medianas y muchas pequeñas (49) salen del mercado de producción de huevo genérico.

En el Cuadro 1 se muestran los datos base para formar la matriz de Markov. Como el período es de 19 años con una vuelta a la matriz de probabilidades y con los datos del 2015 se puede proyectar la concentración de las unidades de producción de huevo esperada para el 2030.

### La ecuación de Bellman y el valor mínimo de un proyecto

La ecuación de Bellman señala que el valor que debe agregar un proyecto debe ser mayor o igual al interés que se ganaría si la inversión inicial se depositara en un banco a una tasa libre de riesgo en el periodo establecido (Dixit y Pindyck, 1994), es decir:

$$rvdt \leq E(dv) \tag{1}$$

donde  $r$  es la tasa libre de riesgo,  $v$  es el valor inicial del proyecto,  $dt$  el periodo y  $E(dv)$  es el incremento expresado en el valor del proyecto.

El valor del proyecto está en función del precio. En el caso de la producción de huevo las gallinas son el activo, por lo que el valor de las gallinas será el precio del kilo de huevo por el rendimiento promedio de éstas. En el caso presente, al referirse al precio éste ya está ajustado por rendimiento. El valor del activo (gallina) en función del precio y tiempo se denota como:  $V(P,t)$ .

## MATERIALS AND METHODS

### The Markov probability chains and the concentration of egg production

The concentration of egg production is projected to 2030 with the use of Markov's probability chains (Pinsky and Karlin, 2010). The production units were divided into small, medium and large, and the probability is calculated of whether they will continue in the same stratus or change. It is necessary to make some assumptions: all of the large firms remain in their stratus, only some (4 production units) of the medium sized producers become large, only some (4) of the small producers become medium sized and many small (49) producers drop out of the generic egg production market.

Table 1 shows the base data for forming the Markov matrix. Given that the period is 19 years with a return to the matrix of probabilities and with the data of 2015, the concentration of the egg production units for 2030 can be projected.

### The Bellman equation and the minimum value of a project

The Bellman equation indicates that the value that should be added to a project must be greater than or equal to the interest that would be earned if the initial investment were deposited in a bank at a risk free rate in the established period (Dixit and Pindyck, 1994), that is:

$$rvdt \leq E(dv) \tag{1}$$

where  $r$  is the risk free rate,  $v$  is the initial value of the project,  $dt$  is the period and  $E(dv)$  is the increment expressed in the value of the project.

The value of the project is in function of the price. In the case of egg production, the hens are the asset, thus the value of the hens will be the price per kilo of egg by their average yield. In the present case, when referring to price, this was already adjusted by

**Cuadro 1. Distribución de las empresas avícolas según estratificación.**

**Table 1. Distribution of the poultry producers according to stratification.**

Tamaño de la empresa	1996	2015
Grande	6	10
Mediana	34	38
Pequeña	170	121

**Movimiento geométrico Browniano y la proyección del precio**

El precio ajustado por rendimiento de la gallina tiene un comportamiento en el tiempo referido como movimiento geométrico Browniano (Dixit y Pindyck, 1994; Trigeorgis, 1996):

$$dp = \mu P dt + \sigma P dz \tag{2}$$

donde  $dp$  es el incremento del precio,  $\mu$  es la media de la tasa continua de movimiento de los precios reales  $\ln\left(\frac{P}{P_{t-1}}\right) = \hat{r}_t$ ,  $P$  es el precio real,  $\sigma$  es la desviación estándar de las tasas de movimiento continuas,  $dt$  es el incremento del tiempo y  $dz$  es el movimiento de una variable aleatoria  $z$  con una distribución normal (0,1). Se supone que  $(dz)^2 = dt$  y  $(dt)^2 = 0$ , entonces  $dz$  se comporta como un proceso de Wiener, donde  $E(dz) = 0$ . Esto permite hacer simulaciones Monte Carlo para estimar el precio real para el año 2030.

La simulación Monte Carlo se utilizó con el programa @Risk (en versión de prueba para fines académicos; Palisade, 2018), para estimar el comportamiento aleatorio de  $dz$  de la ecuación (2) y calcular los posibles precios futuros (Sobol, 1983).

**Lema de Ito y la estimación del valor del activo**

El lema de Ito señala que el incremento de una variable ( $dv$ ), que es función de otra variable ( $dp$ ) y del tiempo ( $dt$ ), se puede expresar como (Dixit y Pindyck, 1994):

$$dv = v' dp + \frac{1}{2} v'' dp^2 \tag{3}$$

donde  $v'$  es la primera derivada con respecto al precio y  $v''$  es la segunda derivada. Con las ecuaciones 1 y 2 se puede reescribir la ecuación 3 como:

$$\varepsilon(dv) = v' (\mu P dt + \sigma P dz) + \frac{1}{2} v'' (\mu P dt + \sigma P dz)^2$$

Al tomar en cuenta los supuestos de que  $dz^2 = dt$ ,  $dt^2 = 0$  y  $E(dz) = 0$  la ecuación se puede reescribir como:

$$\varepsilon(dv) = \mu P v' dt + \sigma P v \varepsilon(dz) + \frac{1}{2} v'' (\mu P dt)^2 + \frac{1}{2} v'' (\sigma P dz)^2 + 2 [\mu P \sigma P d + \varepsilon(dz)] \partial v dt = \mu P v' dt + \frac{1}{2} \sigma^2 P^2 v'' dt$$

después de dividir entre  $dt$  y reordenando la ecuación anterior, se obtiene:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 P^2 v'' + \mu P v' - \partial v = 0 \tag{4}$$

yield. The value of the asset (hen) as a function of the price and time is denoted as:  $V(P,t)$ .

**Brownian geometric movement and price projection**

The adjusted price per yield of the hen has a behavior in time referred to as Brownian geometric movement (Dixit and Pindyck, 1994; Trigeorgis, 1996):

$$dp = \mu P dt + \sigma P dz \tag{2}$$

$dp$  is the increment of the price,  $\mu$  is the mean of the continuous rate of movement of the real prices  $\ln\left(\frac{P}{P_{t-1}}\right) = \hat{r}_t$ ,  $P$  is the real price,  $\sigma$  is the standard deviation of the rates of continuous movement,  $dt$  is the increment of the time and  $dz$  is the movement of a random variable  $z$  with a normal distribution (0,1). It is assumed that  $(dz)^2 = dt$  and  $(dt)^2 = 0$ , then  $dz$  behaves like a Wiener process, where  $E(dz) = 0$ . This allows making Monte Carlo simulations for estimating the real price for the year 2030.

The Monte Carlo simulation was employed with the program @Risk (in test version for academic purposes; Palisade, 2018), to estimate the random behavior of  $dz$  of equation (2) and to calculate the possible future prices (Sobol, 1983).

**Ito's motto and the estimation of the asset value**

Ito's motto indicates that the increment of a variable ( $dv$ ), that is the function of another variable ( $dp$ ) and of time ( $dt$ ), can be expressed as (Dixit and Pindyck, 1994):

$$dv = v' dp + \frac{1}{2} v'' dp^2 \tag{3}$$

where  $v'$  is the first derivative with respect to price and  $v''$  is the second derivative. With equations 1 and 2, equation 3 can be rewritten as:

$$\varepsilon(dv) = v' (\mu P dt + \sigma P dz) + \frac{1}{2} v'' (\mu P dt + \sigma P dz)^2$$

Considering the assumptions that  $dz^2 = dt$ ,  $dt^2 = 0$  and  $E(dz) = 0$  the equation can be rewritten as

$$\varepsilon(dv) = \mu P v' dt + \sigma P v \varepsilon(dz) + \frac{1}{2} v'' (\mu P dt)^2 + \frac{1}{2} v'' (\sigma P dz)^2 + 2 [\mu P \sigma P d + \varepsilon(dz)] \partial v dt = \mu P v' dt + \frac{1}{2} \sigma^2 P^2 v'' dt$$

after dividing by  $dt$  and reordering the above equation, the following is obtained:

El valor del activo puede representarse por una ecuación exponencial en función del precio real y con solución complementaria o solución homogénea (Chiang y Wainwright, 2006) que se puede interpretar como la opción real a expandir el proyecto.

$$V = AP^\lambda \tag{5}$$

donde  $A$  y  $\lambda$  son variables a estimar. De la ecuación 5 se deriva  $V'$  y  $V''$ :

$$\begin{aligned} V' &= A\lambda P^{\lambda-1} \\ V'' &= A\lambda(\lambda-1)P^{\lambda-2} \end{aligned}$$

después de sustituir  $V'$  y  $V''$  en la ecuación 4, se obtiene:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 (A\lambda(\lambda-1)P^{\lambda-2}) + \mu P (A\lambda P^{\lambda-1}) - \partial AP^\lambda = 0$$

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 P^\lambda P^{-2} [A\lambda(\lambda-1)] + \mu\lambda P P^\lambda P^{-1} - \partial AP^\lambda = 0$$

Si se elimina  $A$  y  $P^\lambda$

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \lambda^2 + \lambda \left( -\frac{1}{2}\sigma^2 + \mu \right) \lambda - \partial = 0 \tag{6}$$

Como es una ecuación cuadrática de segundo orden, tiene solución para  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ :

$$\lambda_{1,2} = \frac{-(-1/2\sigma^2 + \mu) \pm \sqrt{(-\sigma^2/2 + \mu)^2 - 4(\sigma^2/2)(-\partial)}}{2(\sigma^2/2)} \tag{7}$$

donde se espera que  $\lambda_1 > 1$  y  $\lambda_2 < 0$  se usa solo  $\lambda_1 > 1$  ya que  $\lambda_2 < 0$  permite que el valor del proyecto sea  $v(0) = 0$  cuando  $P=0$ .

La solución total para el valor del activo en producción es la suma de la opción a expandir, que es la solución complementaria más la solución particular, que representa el valor presente del activo a perpetuidad (en este caso, con remplazo de la parvada):

$$v = AP^\lambda + \frac{P}{\partial - \mu} - \frac{c}{r} \tag{8}$$

donde  $\frac{P}{\partial - \mu} - \frac{c}{r}$  es el valor presente del flujo de efectivo si se considera que el proyecto es una perpetuidad y  $AP^\lambda$  es el valor de la opción de expandir, donde  $c$  es el costo,  $r$  la tasa libre de riesgo,  $\mu$  es la tendencia, se requiere  $\partial > \mu$  (Brambila, 2011; Ross *et al.*, 2000; Mun, 2002).

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 v'' + \mu P v' - \partial v = 0 \tag{4}$$

The active value can be represented by an exponential equation as a function of the real price and with a complementary solution or homogenous solution (Chiang and Wainwright, 2006) that can be interpreted as the real option for expanding the project.

$$V = AP^\lambda \tag{5}$$

where  $A$  and  $\lambda$  are variables to be estimated. From equation 5,  $V'$  and  $V''$  are derived:

$$\begin{aligned} V' &= A\lambda P^{\lambda-1} \\ V'' &= A\lambda(\lambda-1)P^{\lambda-2} \end{aligned}$$

after substituting  $V'$  and  $V''$  in equation 4, the following is obtained:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 (A\lambda(\lambda-1)P^{\lambda-2}) + \mu P (A\lambda P^{\lambda-1}) - \partial AP^\lambda = 0$$

$$\frac{1}{2}\sigma^2 P^2 P^\lambda P^{-2} [A\lambda(\lambda-1)] + \mu\lambda P P^\lambda P^{-1} - \partial AP^\lambda = 0$$

If  $A$  and  $P^\lambda$  are eliminated

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \lambda^2 + \lambda \left( -\frac{1}{2}\sigma^2 + \mu \right) \lambda - \partial = 0 \tag{6}$$

Because it is a second order quadratic equation, it has a solution for  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ :

$$\lambda_{1,2} = \frac{-(-1/2\sigma^2 + \mu) \pm \sqrt{(-\sigma^2/2 + \mu)^2 - 4(\sigma^2/2)(-\partial)}}{2(\sigma^2/2)} \tag{7}$$

where it is expected that  $\lambda_1 > 1$  and  $\lambda_2 < 0$ , only  $\lambda_1 > 1$  is used, given that  $\lambda_2 < 0$  allows the value of the project to be  $v(0) = 0$  when  $P=0$ .

The total solution for the value of the asset in production is the sum of the option to expand, which is the complementary solution plus the particular solution, which represents the present value of the asset to perpetuity (in this case, with replacement of the flock):

$$v = AP^\lambda + \frac{P}{\partial - \mu} - \frac{c}{r} \tag{8}$$

El valor de A se estima como (Dixit y Pindyck, 1994):

$$A = \frac{(\lambda - 1)^{\lambda-1}}{\lambda^\lambda (I)^{\lambda-1}} \quad (9)$$

Para estimar la relación mínima que debe haber entre el valor del proyecto  $v$  y la inversión  $I$ , la teoría tradicional establece que si  $\frac{V}{I} > 1$  se debe invertir en el proyecto, pero no toma en cuenta que hay volatilidad de precios y rendimientos. Así que si  $F(V)$  es la opción de invertir y se considera que la solución complementaria es:

$$F(V) = AV^\lambda \quad (10)$$

donde  $F(V) = v - I$ , que significa que la opción de expandir solo se ejerce si  $F(V) > 0$ , o sea  $V > I$ . Se asume que  $F'(V) = 1$ , es decir, que la opción de invertir aumenta si el valor del proyecto aumenta, donde:

$$F'(V) = 1 = \lambda AV^{\lambda-1} \quad (11)$$

Después de resolver las ecuaciones 10 y 11, se obtiene:

$$F(V) = V - I = AV^\lambda$$

$$A = \frac{V - I}{V^\lambda} = \frac{1}{\lambda V^{\lambda-1}}$$

$$(V - I) \lambda V^{\lambda-1} = V^\lambda$$

Después de simplificar:

$$\frac{V}{I} = \frac{\lambda}{\lambda - 1} \quad (12)$$

La ecuación 12 señala que  $\frac{V}{I}$  puede ser mayor a uno porque el valor del activo depende de su tendencia de precios,  $\sigma$  desviación estándar y  $r$  tasa libre de riesgo. A mayor riesgo mayor es la relación  $\frac{V}{I}$  que se requiere para hacer la inversión.

El productor de huevo genérico comercial tiene la opción real en el 2014, de continuar en el negocio (expandir) o de salirse dada la expectativa del valor del activo para el 2030. La opción real de expandir se puede considerar como un *Call* en el lenguaje financiero internacional (Hull, 2003; Trigeorgis, 1996) y estimarse con el modelo de Black-Scholes (Black y Scholes, 1973).

$$C = SN(d_1) - Ke^{-rt} N(d_2) \quad (13)$$

$$d_i = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + r\left(\frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} \quad (14)$$

where  $\frac{P}{\partial - \mu} - \frac{c}{\partial}$  is the present value of the cash flow if it is considered that the project is a perpetuity and  $AP^{\partial}$  is the value of the option to expand, where  $c$  is the cost,  $r$  the risk free rate,  $\mu$  is the tendency,  $\partial > \mu$  is required (Brambila, 2011; Ross *et al.*, 2000; Mun, 2002).

The value of A is estimated as (Dixit and Pindyck, 1994):

$$A = \frac{(\lambda - 1)^{\lambda-1}}{\lambda^\lambda (I)^{\lambda-1}} \quad (9)$$

To estimate the minimum relationship there should be between the value of the project and the investment  $I$ , the traditional theory establishes that if  $\frac{V}{I} > 1$ , then investment in the project should occur, but it does not take into account that there is volatility of prices and yields. Thus, if  $F(V)$  is the option of investing and it is considered that the complementary solution is

$$F(V) = AV^\lambda \quad (10)$$

where  $F(V) = v - I$ , which means that the option of expansion is only applied if  $F(V) > 0$ , or  $V > I$ . It is assumed that  $F'(V) = 1$ , that is, that the option of investing increases if the value of the project increases, where:

$$F'(V) = 1 = \lambda AV^{\lambda-1} \quad (11)$$

After solving equations 10 and 11, the following is obtained:

$$F(V) = V - I = AV^\lambda$$

$$A = \frac{V - I}{V^\lambda} = \frac{1}{\lambda V^{\lambda-1}}$$

$$(V - I) \lambda V^{\lambda-1} = V^\lambda$$

After simplifying:

$$\frac{V}{I} = \frac{\lambda}{\lambda - 1} \quad (12)$$

Equation 12 indicates that  $\frac{V}{I}$  can be greater than one because the value of the asset depends on its price tendency,  $\sigma$  standard deviation and  $r$  risk free rate. The greater the risk  $\frac{V}{I}$ , the higher the ratio required to make the investment.

The producer of commercial generic egg has the real option in 2014 of continuing in the business (expand) or to get out, given the expectation of the value of the asset for 2030. The real option of expanding can be considered as a *Call* in international

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} \quad (15)$$

donde  $C$  es el valor de la opción de expandir la producción según el tamaño del productor;  $S$  es el valor de la gallina en el 2014;  $K$  es el valor de la gallina en el 2030;  $r$  es la tasa libre de riesgo (5% para fines de esta investigación);  $t$  es el tiempo de 2014 a 2030;  $\sigma$  es la desviación estándar de la tasa continua de movimiento del precio real por gallina (definido por el precio del huevo por el rendimiento);  $N(d_1)$  es la probabilidad de tabla Z de  $d_1$ , y  $N(d_2)$  es la probabilidad de tabla Z de  $d_2$ .

Es de esperarse que a mayor costo la opción de expandir sea más costosa. Esto es, si las empresas pequeñas tienen un costo de producción alto, es probable que no les convenga financieramente continuar en la producción, a menos que logren un precio mayor por su producto.

### Datos y cálculos

Para el cálculo de precios reales se utilizó el precio promedio al productor de huevo del período 1980-2014 (SIAP, 2018) y el índice nacional de precios al consumidor, base de datos 2014 (INEGI, 2018). El rendimiento promedio anual por ave se calculó dividiendo la producción nacional de huevo entre el inventario nacional de aves ponedoras (SIAP, 2018). De ahí se obtuvo el valor del activo (gallina).

La tasa continua de movimiento del valor del activo (que es el precio real de la gallina) se calculó usando  $\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \hat{r}$  y se estimó su media ( $\mu$ ) y la desviación estándar ( $\sigma$ ). La tasa libre de riesgo es el valor real a largo plazo de certificado de la tesorería que subasta BANXICO y es de 5%.

Los costos de producción se obtuvieron con base en el compendio de indicadores económicos del sector avícola (UNA, 2015; 2016; 2017) y equivalen a un porcentaje del precio. Para el 2014 se estimó que el costo para los pequeños productores asciende a \$200 pesos mexicanos (equivalentes a 10.50 USD, al tipo de cambio de \$19.05 por dólar), para los medianos \$190 MXN y para los grandes \$180 MXN pesos.

La estimación del movimiento browniano calculado con la Ecuación 2 para el período 1980-2014 es:

$$dp = -0.00592498Pdt + 0.114328Pdz.$$

La simulación con método Monte Carlo permitió postular que el valor del activo promedio se reducirá con el paso del tiempo, y que para el 2020 llegará a ser de \$256.39 MXN, para el 2025 será de \$255.68 MXN, y para el 2030 se reducirá hasta \$215.57 MXN (Figura 1).

financial terms (Hull, 2003; Trigeorgis, 1996) and can be estimated with the Black-Scholes model (Black and Scholes, 1973).

$$C = SN(d_1) - Ke^{-rt} N(d_2) \quad (13)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + r\left(\frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} \quad (14)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} \quad (15)$$

where  $C$  is the value of the option of expanding production according to the size of the producer;  $S$  is the value of the hen in 2014;  $K$  is the value of the hen in 2030;  $r$  is the risk free rate (5% for purposes of this investigation);  $t$  is the time of 2014 to 2030;  $\sigma$  is the standard deviation of the continuous rate of movement of the real price per hen (defined by the price of egg times yield);  $N(d_1)$  is the probability of table Z of  $d_1$ , and  $N(d_2)$  is the probability of table Z of  $d_2$ .

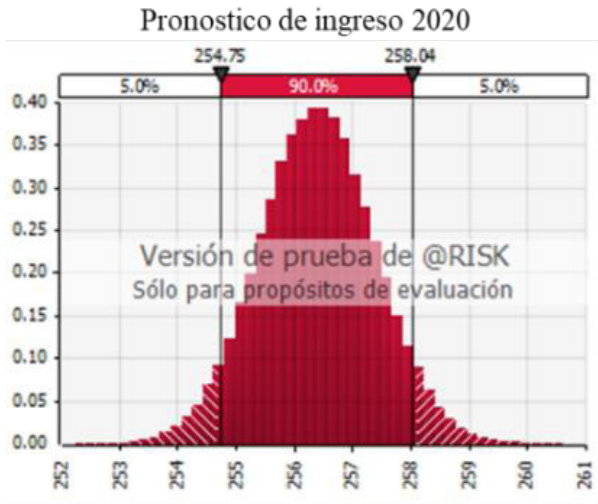
It is to be expected that the higher the cost the more expensive the option of expanding. That is, if the small businesses have a high production cost, it is probable that it will not be financially convenient for them to continue production, unless they can obtain a higher price for their product.

### Data and calculations

For the calculation of real prices, the average price to the egg producer was calculated for the period 1980-2014 (SIAP, 2018) and the national index of prices to the consumer, data base 2014 (INEGI, 2018). The average annual yield per hen was calculated by dividing the national egg production by the national inventory of laying hens (SIAP, 2018). From this figure the value of the asset (hen) was obtained.

The continuous rate of movement of the value of the asset (which is the real price of the hen) was calculated using  $\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \hat{r}$  and its mean ( $\mu$ ) was estimated along with the standard deviation ( $\sigma$ ). The risk-free rate is the long term real value of treasury certificate auctioned by BANXICO which is 5%.

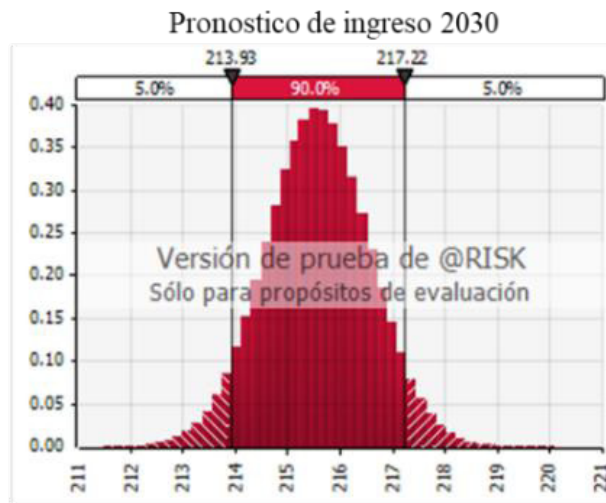
The production costs were obtained based on the compendium of economic indicators of the poultry sector (UNA, 2015; 2016; 2017) and are equivalent to a percentage of the price. For 2014, it was estimated that the cost for the small producers would rise to \$200 Mexican pesos (equivalent to 10.50 USD, at the exchange rate of \$19.05 per dollar), for medium sized producers, \$190 MXN and for large producers, \$180 MXN.



Estadísticos 2020	
Mínimo	252.22
Máximo	260.60
Media	256.39



Estadísticos 2025	
Mínimo	221.43
Máximo	229.80
Media	225.68



Estadísticos 2030	
Mínimo	211.46
Máximo	220.09
Media	215.57

Figura 1. Pronósticos de ingreso 2020, 2025, 2030.  
 Figure 1. Predictions of income 2020, 2025, 2030.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El cálculo de la distribución del mercado para el 2030 usando cadenas de probabilidad de Markov permite determinar que de continuar con las tendencias dicho mercado se concentraría según el Cuadro 2.

Si los pequeños productores de huevo genérico no buscan opciones que les permitan reducir costos o incrementar sus ingresos, se estima que para el 2030 el mercado del huevo podría concentrarse en empresas grandes y es posible que la producción de 50% de las empresas pequeñas ya no exista.

Al aplicar la ecuación de Bellmann (Ecuación 1), el valor del activo en el 2014 fue de \$271.18 MXN pesos, si se deposita esta cantidad en un bono libre de riesgo a largo plazo, a una tasa de interés de 5%, el valor en el 2030 será:  $(1 + 0.05)^{16} (271.18) = 591.95$ , entonces, si el valor del activo (gallina) en el 2030 es menor a esta cantidad, no se deberá seguir invirtiendo en la producción de huevo.

La ecuación Browniana estimó  $dp = -0.00542498Pdt + 0.114328Pdz$  dado que  $\mu = -0.00542498$ ,  $\sigma = 0.114329$  y  $r = 0.05$ , con estos datos (se operó la Ecuación 7) y se determinaron los valores de  $\lambda_1 = 3.82359$  y  $\lambda_2 = -1.99465$ . Con los valores estimados  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , se calculó el valor de A usando la Ecuación 9.

Después de aplicar los resultados de la simulación Monte Carlo en promedio el precio real ajustado por rendimiento es de \$248.60 MXN para el 2030 (en términos reales los costos se mantuvieron como en 2014). El valor del activo (gallina) considerado en la opción de expandir  $[(0.15) (10)^{-7}(P^{3.824})]$ , y el valor presente neto tradicional  $\frac{P}{0.05 + 0.00543} - \frac{c}{0.05}$  para cada tamaño de empresa se muestra en el Cuadro 3.

**Cuadro 2. Distribución de las empresas avícolas según estratificación, proyección 2030.**

**Table 2. Distribution of the poultry producers according to stratification, projection 2030.**

Tamaño de la empresa	Estimación 2030
Grande	19
Mediana	38
Pequeña	59
Salen	53

The estimation of the Brownian movement calculated with Equation 2 for the period 1980-2014 is as follows:

$$dp = -0.00592498Pdt + 0.114328Pdz.$$

The simulation with the Monte Carlo method made it possible to postulate that the average value of the asset will be lowered with the passing of time, and that for 2020 it will be \$256.39 MXN, for 2025 it will be \$225.68 MXN and for 2030 it will drop to \$215.57 MXN (Figure 1).

## RESULTS AND DISCUSSION

The calculation of the market distribution for 2030 using Markov probability chains makes it possible to determine that if these tendencies continue, the market will be concentrated according to Table 2.

If the small generic egg producers do not find options that allow them to reduce costs or increase their income, it is estimated that by 2030 the egg market will be concentrated in large companies and it is possible that the production of 50% of the small producers will no longer exist.

By applying the Bellman equation (Equation 1), the value of the asset in 2014 was \$271.18 MXN pesos, if this amount is deposited in a risk-free long term bond, at an interest rate of 5%, the value in 2030 will be:  $(1 + 0.05)^{16} (271.18) = 591.95$ , therefore, if the value of the asset (hen) in 2030 is lower than this amount, it is infeasible to continue investing in egg production.

The Brownian equation estimated  $dp = -0.00542498Pdt + 0.114328Pdz$  given that  $\mu = -0.00542498$ ,  $\sigma = 0.114329$  and  $r = 0.05$ . This data was used for Equation 7 and the values of  $\lambda_1 = 3.82359$  and  $\lambda_2 = -1.99465$  were determined. With the estimated values  $\lambda_1$  and  $\lambda_2$ , the value of A was calculated using Equation 9.

After applying the results of the Monte Carlo simulation, on the average the real price adjusted per yield is \$248.60 MXN for 2030 (in real terms the costs were maintained as in 2014). The value of the asset (hen) considered in the option of expanding  $[(0.15) (10)^{-7}(P^{3.824})]$ , and the traditional net present value  $\frac{P}{0.05 + 0.00543} - \frac{c}{0.05}$  for each size of producer are shown in Table 3.

If the investment (\$271.18 MXN) is deposited in 2014 at a risk-free rate (5%), in 2030 the value

Si la inversión (\$271.18 MXN) se deposita en el 2014 a una tasa libre de riesgo (5%) en el 2030, el valor del activo será de \$591.45 pesos mexicanos. La comparación con los resultados del Cuadro 3 permite observar que las empresas pequeñas están por debajo de este valor, lo que se puede interpretar como que esas empresas (si continúan tal como están) probablemente cierren. Como era de esperarse, las empresas grandes y medianas se expandirán o mantendrán dentro de la producción.

El resultado de la Ecuación 12 es:

$$\frac{V}{T} = \frac{3.82359}{3.82359 - 1} = 1.354$$

lo que se interpreta como: “cualquier proyecto de producción de huevo debe tener \$1.35 MXN pesos de beneficio por peso invertido, esto debido a la tendencia y volatilidad del precio del huevo y del rendimiento por gallina”

El valor del *Call* que es la opción de expandir la producción, se obtiene de las ecuaciones 13 a 15.

Para el productor pequeño:

$$C = 271.18 N(d_1) - 541.23 e^{-0.05(16)}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{271.18}{541.23}\right) + \left(0.05 + \frac{0.01307}{2}\right)16}{0.1143\sqrt{16}} = -1.51$$

$$d_2 = -1.51 - 0.4576 = -1.97$$

$$C = 271.18 (0.1469) - 243.1948(0.0228) = 39.29$$

Para el productor mediano:

$$C = 271.18 (0.0139) - 333.09 (0.0035) = 2.60$$

Para el productor grande:

$$C = 271.18 (0.0032) - 422.92 (0.0007) = 0.57$$

Esto es, el costo de la opción de expandir la producción de huevo es más elevado para los pequeños productores, a quienes les cuesta \$39.29 MXN pesos por gallina la continuación en el negocio, en comparación de los \$2.60 pesos o los 57 centavos (\$0.57 MXN) que les cuesta a los medianos y grandes la opción de expandirse.

**Cuadro 3. Valor del activo (gallina) y costo en 2030 según tamaño de la empresa.**

**Table 3. Value of the asset (hen) and cost in 2030 according to size of producer.**

Tamaño de la empresa	Costo	Valor del activo (gallina)
Grandes	\$180.00	\$941.23
Medianos	\$190.00	\$741.23
Pequeños	\$200.00	\$541.23

of the asset will be \$591.45 Mexican pesos. The comparison with the results of Table 3 shows that the small producers are below this value, which can be interpreted to mean that these producers (if they continue as they are) will probably close. As would be expected, the large and medium sized businesses will expand or remain in production.

The result of Equation 12 is as follows:

$$\frac{V}{T} = \frac{3.82359}{3.82359 - 1} = 1.354$$

which is interpreted as: “any egg production project should have \$1.35 MXN pesos of benefit per peso invested, due to the tendency and volatility of the price of egg and of the yield per hen”.

The value of the *Call* which is to expand production, is obtained from equations 13 to 15.

For the small producer:

$$C = 271.18 N(d_1) - 541.23 e^{-0.05(16)}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{271.18}{541.23}\right) + \left(0.05 + \frac{0.01307}{2}\right)16}{0.1143\sqrt{16}} = -1.51$$

$$d_2 = -1.51 - 0.4576 = -1.97$$

$$C = 271.18 (0.1469) - 243.1948(0.0228) = 39.29$$

For the medium sized producer:

$$C = 271.18 (0.0139) - 333.09 (0.0035) = 2.60$$

For the large producer:

$$C = 271.18 (0.0032) - 422.92 (0.0007) = 0.57$$

## CONCLUSIONES

La tendencia mostrada por el modelo es que las empresas grandes dominarán el mercado de huevo genérico, al limitar el producto diferenciado, si no se aplica una estrategia de reducción de costos o se incrementan los ingresos para mejorar el precio a los pequeños productores.

La reducción de costos se lograría a través de compras consolidadas de alimentos balanceados, y mejor manejo de parvadas, entre otros. El incremento de los ingresos se obtendría a través del incremento en el rendimiento, la reducción de costos, los productos diferenciados o su individualización.

El valor del activo (gallina) es 75% y 40% mayor en las empresas grandes y medianas en relación a los pequeños, debido a la diferencia en costos. Los pequeños productores deben buscar una ventaja en precio o costo, que permita incrementar sus utilidades para poder seguir en la producción, porque el costo de su opción real de expandirse es demasiado alto (\$39.29 pesos por gallina en relación al 2.6 y 0.57 pesos para las medianas y grandes respectivamente).

La disparidad en el valor competitivo se demuestra al definir que si el pequeño productor quiere expandir su negocio debe invertir \$39.29 MXN pesos por cada gallina ponedora que quiera agregar; mientras que, si los grandes quieren expandirse, solo deberán invertir \$0.57 MXN pesos por ave extra.

## LITERATURA CITADA

- Brambila P, J. J. 2011. Bioeconomía: Instrumentos para su Análisis Económico. Editorial SAGARPA, México. 312 p.
- Black, F., and M. Scholes. 1973. The pricing of options and corporate liabilities. *J. Polit. Economy* 81: 637-654.
- Dixit, A. K., and R. S. Pindyck 1994. *Investment Under Uncertainty*. Princeton University Press., New Jersey. 468 p.
- CEFP (Centro de Estudios de las Finanzas Públicas). 2015. Análisis del impacto del precio en el consumo de huevo en México. Editorial CEFP, México. 8 p.
- Chiang, C. A., y K. Wainwright. 2006. *Métodos Fundamentales de la Economía Matemática. Análisis dinámico* (Cap. 14-18). Editorial Mc Graw Hill/INTERAMERICANA. México, D.F. pp: 444 - 591.
- Hull J. C. 2003. *Options, Futures, & Other Derivatives*. 5a. ed. Prentice Hall. New York. 744 p.
- INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía) 2018. Índice Nacional de Precios al Consumidor - Huevo genérico. <http://www.inegi.org.mx> (Consulta: enero 2018).
- Mun, J. 2002. *Real Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions*. John Wiley and Sons. New York. 386 p.

That is, the cost of the option of expanding egg production is higher for the small producers, for whom it costs \$39.29 MXN pesos per hen to continue in the business, compared with \$2.60 pesos or 57 cents (\$0.57 MXN) which it costs the medium and large sized producers for the option of expanding.

## CONCLUSIONS

The tendency shown in the model is that the large producers will dominate the generic egg market, by limiting the differentiated product, if a strategy of cost reduction is not applied or if income is not increased to improve the price to the small producers.

The reduction of costs will be achieved through the consolidated purchase of balanced feed, and better management of flocks, among others. The increment of income would be obtained through the increase in yield, reduction of costs, differentiated products or their individualization.

The value of the asset (hen) is 75% and 40% higher in the large and medium sized production units with respect to the small ones, due to the difference in costs. The small producers should seek an advantage in price or cost, that will permit them to increase their utilities in order to continue in production, because the cost of their real option of expanding is too high (\$39.29 pesos per hen compared with 2.6 and 0.57 pesos for the medium sized and large producers, respectively).

The disparity in the competitive value is shown by defining that if the small producer wishes to expand his business, he must invest \$39.29 MXN pesos for each laying hen he wishes to add; whereas if the large producers wish to expand, they only need to invest \$0.57 MXN pesos per extra hen.

—End of the English version—

-----\*-----

- Palisade. 2018. Open Access Downloaded Program @Risk [www.palisade.com](http://www.palisade.com). (Consulta: junio 2018).
- Pinsky M. A. and S. Karlin 2010. *An Introduction to Stochastic Modeling*. Academic Press, fourth edition. Stanford. 584 p.
- Ross, S. A., R. W. Westerfield, y B. D. Jordan. 2000. *Fundamentos de Finanzas Corporativas*. 5ª McGraw-Hill. Madrid, España. 912 p + Aps.

- Sobol I., M. 1983. Método de Montecarlo. 2da ed. Editorial MIR, Moscú. 78 p.
- SIAP (Sistema de Información Agroalimentaria y Pesquera). 2018. Estadísticos de producción por producto (Huevo comercial) período 1980 a 2014. SIAP Organismo descentrado. Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación. <http://www.siap.gob.mx/op-testadisticasiacon2014parcialasiacon-zip/>. (Consulta: enero 2018).
- SAGARPA (Secretaría de Agricultura, Ganadería, Desarrollo Rural, Pesca y Alimentación). 2017. La Dieta de la Milpa, Modelo de Alimentación, Mesoamérica Biocompatible. Libro digital disponible en [www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/98453/La\\_Dieta\\_de\\_la\\_Milpa.pdf](http://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/98453/La_Dieta_de_la_Milpa.pdf). (Consulta: enero 2018).
- Trigeorgis, L. 1996. Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation. The MIT Press, Cambridge, MA. 427 p.
- SARH (Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos). 1990. Compendio histórico estadístico del subsector pecuario 1972-1988, SARH, México, D.F.
- UNA (Unión Nacional de Avicultores). 2015. Indicadores económicos. Compendio de Indicadores Económicos del Sector Avícola 2016. UNA, México, D.F. 64 p.
- UNA (Unión Nacional de Avicultores). 2016. Indicadores económicos. Compendio de Indicadores Económicos del Sector Avícola 2016. UNA, México, D.F. 71 p.
- UNA (Unión Nacional de Avicultores). 2017. Indicadores económicos. Compendio de Indicadores Económicos del Sector Avícola 2017. UNA, México, D.F. 68 p.