

MODELOS DE RESPUESTA MODIFICADOS PARA FERTILIZANTES EN ROTACIONES DE CULTIVOS Y SU APLICACIÓN A TRIGO (*Triticum aestivum* L.)

MODIFIED RESPONSE MODELS FOR FERTILIZERS IN CROP ROTATIONS AS APPLIED TO WHEAT (*Triticum aestivum* L.)

Isidro R. Cruz-Medina¹ y Oscar H. Moreno-Ramos²

¹Instituto Tecnológico de Sonora. Cinco de Febrero 818. 85000. Obregón, Sonora (rcruz@itson.mx).

²Instituto Tecnológico Agropecuario No. 21. Valle del Yaqui Sonora. Sonora.

RESUMEN

En este trabajo se propone una modificación de los modelos utilizados para obtener recomendaciones de fertilización en rotaciones de cultivos, la cual se aplica para obtener las dosis de N (nitrógeno) y P (fósforo) en trigo con las dos rotaciones más usuales en el Valle del Yaqui (VY), en el noroeste de México. La producción de grano se ajusta con cinco modelos modificados de respuesta (cuadrático, exponencial, polinomial, senoidal y logístico), que describen en forma similar al rendimiento de trigo (*Triticum aestivum* L.) cuando se evalúan con el criterio del coeficiente de determinación (R^2), sin embargo, presentan discrepancias en la distribución de sus residuos y en la predicción de las dosis óptimas económicas (DOE) de N y P. Estas discrepancias subrayan la necesidad de ajustar varios modelos para la predicción de DOE. En el ejemplo analizado se recomienda usar el modelo cuadrático modificado. Los modelos exponencial y logístico proporcionaron las dosis más pequeñas para N en la rotación trigo-trigo, y el modelo cuadrático tradicional la más alta.

Palabras clave: Modelo cuadrático, modelo logístico, modelos de respuesta, rotación de cultivos.

INTRODUCCIÓN

La rotación de cultivos es común en la experimentación agrícola (Cochran, 1939; Yates, 1954). En campo, los agricultores sólo tienen cultivos en rotaciones o series, algunas veces monocultivos. En el Valle del Yaqui (VY) el cultivo más importante es el trigo de primavera sembrado en invierno, con una superficie de siembra superior a 120 000 ha, y un rendimiento promedio de 5 t ha⁻¹. Para generar recomendaciones de fertilización en rotaciones de cultivos, en el Centro de Investigaciones Agrícolas del Noroeste (CIANO); Félix *et al.* (1984), obtuvieron dosis óptimas económicas (DOE) para N y P en dos secuencias de cultivos; Rodríguez (1985)^[3], dosis

Recibido: Agosto, 2005. Aprobado: Julio, 2006.

Publicado como ENSAYO en *Agrociencia* 40: 721-730. 2006.

³ Rodríguez, J. C. 1985. Evaluación económica de algunas rotaciones de cultivos y su influencia en los rendimientos y en las dosis óptimas de fertilización en los cultivos de trigo, soya y algodón en el Valle del Yaqui, Sonora. Tesis de Maestría, Colegio de Postgraduados. Montecillo, México. 214 p.

ABSTRACT

This paper proposes a modification of the models used to obtain recommendations for fertilization in crop rotation. This modification is applied to obtain dosages of N (nitrogen) and P (phosphorus) for wheat with the two most common rotations in the Valley of the Yaqui River (YV), in northwestern México. The production of grain is fitted with five modified response models (quadratic, exponential, polynomial, senoidal and logistic), which describe wheat (*Triticum aestivum* L.) yield in a similar form when they are evaluated with the criteria of the coefficient of determination (R^2). However, they exhibit discrepancies in the distribution of their residuals and in the prediction of the optimum economic dosages (OED) of N and P. These discrepancies underline the need to adjust several models for the prediction of OED. In the example analyzed, the modified quadratic model is recommended. The exponential and logistic models provided the smallest dosages for N in wheat-wheat rotation, and the traditional quadratic model the highest.

Key words: Quadratic model, logistic model, response models, crop rotation.

INTRODUCTION

Crop rotation is common in agricultural experimentation (Cochran, 1939; Yates, 1954). In the field, growers have crops only in rotation or series, occasionally monocrops. In the Yaqui Valley (YV) the most important crop is spring wheat sown in winter, cultivated on an area of more than 120 000 ha, with an average yield of 5 t ha⁻¹. To generate recommendations for fertilization in crop rotation, in the Centro de Investigaciones Agrícolas del Noroeste (Agricultural Research Center of the Northwest-CIANO), Félix *et al.* (1994) obtained optimum economic dosages (OED) for N and P in two crop sequences. Rodríguez (1985)^[3] found optimum dosages of fertilization based on one crop rotation, from 1956 to 1980, and INIFAP (1997)

óptimas de fertilización basadas en una rotación de cultivos de 1956 a 1980 e INIFAP (1997), determinó la DOE de N con un modelo de regresión que utiliza como variable de predicción el número de días de descanso entre cultivos. El método común para generar recomendaciones de fertilización en rotaciones de cultivos es ajustar a los datos, en forma independiente para cada cultivo, algún modelo. Usualmente se propone el modelo cuadrático con interacciones de segundo orden. Sin embargo, debido a que las dosis óptimas dependen del modelo ajustado (Cruz *et al.*, 1997; Rebolledo, 1998), y porque algunos modelos sobrestiman las DOE (Cerrato y Blackmer, 1990), es aconsejable el ajuste y comparación de varios modelos antes de efectuar recomendaciones de fertilización. Entre los modelos que se recomienda analizar están: el cuadrático con plateau (Cruz *et al.*, 1996), el logístico, utilizado como modelo de crecimiento (Seber y Wild, 2003); el exponencial o de Mitscherlich (Bélanger *et al.*, 2000); el senoidal (Cruz *et al.*, 1997); modelos polinomiales con diversos exponentes en la variable predictora, como el valor 0.5 (para el modelo raíz cuadrada), 0.75 ó 1.5 (Rebolledo, 1998) u otro valor adecuado para modelar la curvatura de la respuesta. El objetivo de este trabajo fue presentar un conjunto de modelos modificados y un análisis de riesgos (que estima los costos de elegir modelos incorrectos y subraya la necesidad de comparar varios para la obtención de la DOE) que auxiliarán al investigador en la determinación de la DOE para rotaciones de cultivos. Los métodos se presentan con datos de las rotaciones más comunes en el VY: (TT) trigo-trigo (Rotación 1) y (TS) trigo-soya (*Glycine max* L.), (Rotación 2).

MATERIALES Y MÉTODOS

Se supone que en condiciones de riego y suelos uniformes, la superficie de respuesta (SP) desconocida que relaciona al rendimiento con los nutrientes debe ser la misma para un cultivo, independientemente de la rotación. Sin embargo, como los nutrientes que permanecen en el suelo dependen del cultivo anterior, se desplazará el origen de la SP para incluir esta característica. Si se representa la dosis de N en el eje X y el rendimiento en el eje Y, el origen de la SP para trigo después de soya estaría a la derecha de la SP del trigo después del trigo. En la Figura 1 se ilustra esta idea. En un suelo con grandes cantidades residuales de N, la ordenada al origen (rendimiento de trigo con una dosis nula de fertilización) de la SP será mayor que la ordenada al origen de la superficie en un suelo con cantidades residuales pequeñas. Esta suposición, sobre la misma SP para el mismo cultivo (que permite utilizar los datos de las dos rotaciones para obtenerla), puede no ser válida cuando las rotaciones se establecen en suelos con características distintas o en condiciones de temporal, ya que la disponibilidad de humedad puede cambiar drásticamente de un ciclo a otro.

determined OED of N with a regression model that uses the number of days of fallow between crops as the independent variable. The usual method for generating recommendations for fertilization in crop rotation is to fit the data to a model independently for each crop. Usually, a quadratic model is proposed with second order interactions. However, because the optimum dosages depend on the model fit (Cruz *et al.*, 1997; Rebolledo, 1998), and because some models overestimate OED (Cerrato and Blackmer, 1990), it is advisable to fit and compare several models before making fertilization recommendations. Among the models recommended for analysis are the quadratic with plateau (Cruz *et al.*, 1996), the logistic used as a growth model (Seber and Wild, 2003), the exponential or Mitscherlich (Bélanger *et al.*, 2000), the senoidal (Cruz *et al.*, 1997), polynomial models with several exponents in the predicting variable, such as the value 0.5 (for the square root model), 0.75 or 1.5 (Rebolledo, 1998) or other suitable value to model the response curvature. The objective of this work was to present a set of modified models and a risk analysis (that estimate the costs of selecting incorrect models and underlines the need to compare several models to obtain OED), which will aid the researcher in determining OED for crop rotations. The methods are presented with data of the most common rotations in YV: (WW) wheat-wheat (Rotation 1) and (WS) wheat-soybeans (*Glycine max* L.), (Rotation 2).

MATERIALS AND METHODS

It is assumed that under conditions of irrigation and uniform soils, the unknown response surface (RS) that relate yield to nutrients should be the same for a crop, independently of crop rotation. However, as the nutrients that remain in the soil depend on the previous crop, the origin of RS will be displaced to include this characteristic. If the dosage of N is represented on the X axis and yield on Y, the origin of RS for wheat after soybeans will be to the right of wheat RS after wheat. Figure 1 illustrates this idea. In a soil with large quantities of residual N, y-intercept (wheat yield with a null dosage of fertilization) of the RS will be greater than the y-intercept of the surface in a soil with small residual quantities. This assumption, on the same RS for the same crop (which allows the use of data on the two rotations to obtain the RS), may be invalid when the rotations are established in soils with distinct characteristics or under rainfed conditions, since the availability of moisture can change drastically from one cycle to the next.

Five modified models (MM) were used, because the OED depend on the fitted model (Cruz *et al.*, 1997; Rebolledo, 1998; Cerrato and Blackmer, 1990). The MM described in expressions (1) to (5) share variables, so that first shared variables, and then the specific terms of each model are defined. Y: grain yield (kg ha^{-1});

Se utilizaron cinco modelos modificados (MM) porque las DOE dependen del modelo ajustado (Cruz *et al.*, 1997; Rebolledo, 1998, Cerrato y Blackmer, 1990). Los MM descritos en las expresiones (1) a (5) comparten variables, por lo que en primer término se definen las variables compartidas y después de cada modelo los términos específicos. Y : rendimiento de grano (kg ha^{-1}); N : dosis de nitrógeno (kg ha^{-1}); P : dosis de fósforo (kg ha^{-1}); ε : error experimental; A_k : términos que permiten desplazar al modelo en el eje de N para cada rotación k de cultivos ($k=1, 2$); [si $A_1=0$ y $A_2>0$, A_2 será el N adicional disponible para el trigo en la segunda rotación; si $A_2<0$, $D-A_2$ será la dosis de N que se debe proporcionar al trigo en la segunda rotación para obtener un rendimiento igual al que se obtiene con una dosis D en la primera rotación]; C_k : términos que permiten desplazar al modelo en el eje de P para cada rotación k de cultivos ($k=1, 2$), su interpretación es similar a la de los términos A_k .

Modelo cuadrático modificado para nitrógeno y fósforo:

$$Y = B_0 + B_1(N + A_k) + B_2(N + A_k)^2 + B_3(P + C_k) + B_4(P + C_k)^2 + B_5(N + A_k)(P + C_k) + \varepsilon \quad (1)$$

B_0 : ordenada al origen; B_1 : coeficiente lineal de N ; B_2 : coeficiente cuadrático de N ; B_3 : coeficiente lineal de P ; B_4 : coeficiente cuadrático de P ; B_5 : coeficiente de la interacción $N-P$.

Modelo polinomial modificado para nitrógeno y fósforo:

$$Y = B_0 + B_1(N + A_k) + B_2(N + A_k)^{B_6} + B_3(P + C_k) + B_4(P + C_k)^{B_7} + B_5[(N + A_k)(P + C_k)]^{B_8} + \varepsilon \quad (2)$$

B_0 , B_1 , B_3 y B_5 con definiciones semejantes al modelo (1); B_2 : coeficiente curvilíneo de N ; B_4 : coeficiente curvilíneo de P ; B_5 : coeficiente de la interacción $N-P$; B_6 : exponente para obtener la respuesta curvilínea a N ; B_7 : exponente para obtener la respuesta curvilínea a P ; B_8 : exponente de la interacción $N-P$. Este modelo generaliza a los modelos raíz cuadrada, cuadrático y cúbico. Con los exponentes $B_6 \neq 1$ y $B_7 \neq 1$ se modela la curvatura del rendimiento para las dosis altas de fertilización.

Modelo senoidal en nitrógeno y fósforo:

$$Y = B_0 + B_1 \text{Sen}[B_2(N + A_k)] + B_3 \text{Sen}[B_4(P + C_k)] + B_5 \text{Sen}[B_6(N + A_k)(P + C_k)] + \varepsilon \quad (3)$$

B_0 : ordenada al origen; B_1 y B_2 : parámetros de escala para N ; B_3 y B_4 : parámetros de escala para P ; B_5 y B_6 : parámetros de escala para la interacción $N-P$; Sen , es la función trigonométrica seno con argumento en radianes. B_1 y B_3 se pueden interpretar como la contribución máxima de N y P al rendimiento del trigo. Para modelar el ascenso y descenso del rendimiento de trigo con respecto a N y P se utilizan las restricciones:

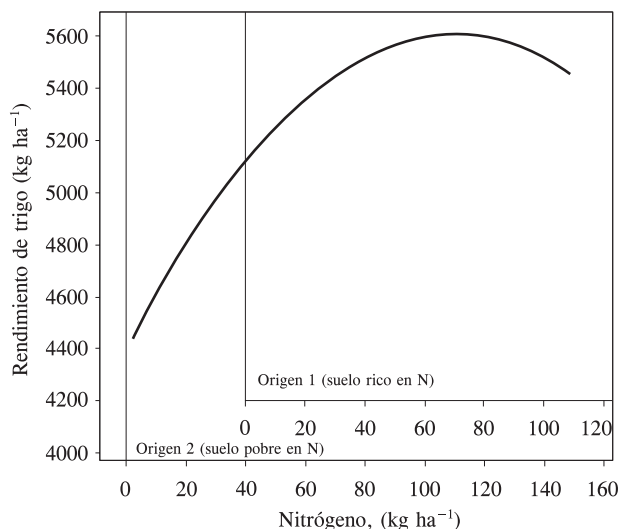


Figura 1. Desplazamiento del origen en los modelos modificados. Figure 1. Origin displacement in modified models.

N : nitrogen dosage (kg ha^{-1}); P : phosphorus dosage (kg ha^{-1}); ε : experimental error; A_k : terms that permit the model to move on the N axis for each crop rotation k ($k=1,2$); [if $A_1=0$, and $A_2>0$, A_2 will be the additional N available for wheat in the second rotation; if $A_2<0$, $D-A_2$ will be the N dosage that should be applied to wheat in the second rotation to obtain a yield equal to that obtained with a D dosage in the first rotation]; C_k : terms that permit the model to move on the P axis for each crop rotation k ($k=1,2$), its interpretation is similar to that of the A_k terms.

Modified quadratic model for nitrogen and phosphorus:

$$Y = B_0 + B_1(N + A_k) + B_2(N + A_k)^2 + B_3(P + C_k) + B_4(P + C_k)^2 + B_5(N + A_k)(P + C_k) + \varepsilon \quad (1)$$

B_0 : y-intercept; B_1 : linear coefficient of N ; B_2 : quadratic coefficient of N ; B_3 : linear coefficient of P ; B_4 : quadratic coefficient of P ; B_5 : coefficient of interaction $N-P$.

Modified polynomial model for nitrogen and phosphorus:

$$Y = B_0 + B_1(N + A_k) + B_2(N + A_k)^{B_6} + B_3(P + C_k) + B_4(P + C_k)^{B_7} + B_5[(N + A_k)(P + C_k)]^{B_8} + \varepsilon \quad (2)$$

B_0 , B_1 , B_3 and B_5 with definitions similar to model (1); B_2 : curvilinear coefficient of N ; B_4 : curvilinear coefficient of P ; B_5 : coefficient of interaction $N-P$; B_6 : exponent to obtain the curvilinear response to N ; B_7 : exponent to obtain the linear curve response to P ; B_8 : exponent of the interaction $N-P$. This model generalizes the square root, quadratic and cubic models. With the exponents $B_6 \neq 1$ and $B_7 \neq 1$, the yield curve is modeled for high dosages of fertilization.

$$0 \leq B_2 (N + A_k) \leq \pi \quad \text{y} \quad 0 \leq B_4 (P + C_k) \leq \pi .$$

Modelo exponencial modificado para nitrógeno y fósforo:

$$Y = B_0 - B_1 \text{Exp}[-B_2 (N + A_k)] - B_3 \text{Exp}[-B_4 (P + C_k)] - B_5 \text{Exp}[-B_6 (N + A_k)(P + C_k)] + \varepsilon \quad (4)$$

B_0 : rendimiento máximo alcanzable, equivalente al parámetro M (Cerrato y Blackmer, 1990); B_1 y B_2 : parámetros de escala para N ; B_3 y B_4 : parámetros de escala para P ; B_5 y B_6 : parámetros de escala para la interacción $N-P$; Exp es la función exponencial.

Modelo logístico modificado para nitrógeno y fósforo:

$$Y = B_0 / [1 + B_1 \text{Exp}[-B_2 (N + A_k)] + B_3 \text{Exp}[-B_4 (P + C_k)] + B_5 \text{Exp}[-B_6 (N + A_k)(P + C_k)]] + \varepsilon \quad (5)$$

B_0 : rendimiento máximo alcanzable; B_1 y B_2 : parámetros de escala para N ; B_3 y B_4 : parámetros de escala para P ; B_5 y B_6 : parámetros de escala para la interacción $N-P$; Exp es la función exponencial.

Con los modelos (1) a (5) se analizó el rendimiento de la variedad de trigo Altar C-84, obtenido de experimentos con agricultores cooperantes conducidos por el CIANO de 1986 a 1987, con las rotaciones de cultivos TT y TS. En la rotación TT hay un solo cultivo al año, con un periodo de descanso mínimo de seis meses. En la rotación TS hay dos cultivos por año. En cada rotación se utilizó un diseño en bloques completos al azar con cuatro repeticiones para estudiar 16 tratamientos de fertilización (Cuadro 1). Es conveniente aclarar que los datos disponibles no permiten que se manifieste el efecto completo, a largo plazo, de las rotaciones debido a la carencia de repeticiones a nivel de rotaciones y años. Esta situación impide extrapolar los resultados obtenidos; sin embargo, los datos sí permiten ilustrar el ajuste de los modelos y el análisis de riesgos para la selección de las DOE. Como las rotaciones se establecieron en sitios con condiciones similares, el análisis de varianza (A de V), necesario para determinar la significancia de la respuesta a los fertilizantes, considera que los bloques están anidados en las rotaciones. Esta suposición genera un análisis similar al de un arreglo en parcelas divididas con un diseño completamente al azar, con los tratamientos de fertilización en parcelas chicas, y las rotaciones y sitios confundidos en parcelas grandes. La significancia de la interacción rotaciones \times dosis de fertilizantes indica respuestas diferentes a los fertilizantes para cada rotación, estas respuestas diferentes se modelan con los modelos modificados.

El programa del apéndice en SAS (SAS, 1989) ajusta el modelo cuadrático modificado. En los modelos restantes se utilizó el procedimiento NLIN, para obtener las derivadas de los parámetros incluidos en el modelo que implican la función logaritmo, las dosis $N=0$ y $P=0$ se sustituyeron por $N=1$ y $P=1$. Los valores iniciales para

Senoidal model in nitrogen and phosphorus:

$$Y = B_0 + B_1 \text{Sen}[B_2 (N + A_k)] + B_3 \text{Sen}[B_4 (P + C_k)] + B_5 \text{Sen}[B_6 (N + A_k)(P + C_k)] + \varepsilon \quad (3)$$

B_0 : y-intercept; B_1 and B_2 : scale parameters for N ; B_3 and B_4 : scale parameters for P ; B_5 and B_6 : scale parameters for interaction $N-P$; Sen is the trigonometric sine function with argument in radians. B_1 and B_3 can be interpreted as the maximum contribution of N and P to wheat yield. To model the rise and fall in wheat yield relative to N and P , the following restrictions are used.

$$0 \leq B_2 (N + A_k) \leq \pi \quad \text{and} \quad 0 \leq B_4 (P + C_k) \leq \pi$$

Modified exponential model for nitrogen and phosphorus:

$$Y = B_0 - B_1 \text{Exp}[-B_2 (N + A_k)] - B_3 \text{Exp}[-B_4 (P + C_k)] - B_5 \text{Exp}[-B_6 (N + A_k)(P + C_k)] + \varepsilon \quad (4)$$

B_0 : maximum achievable yield, equivalent to parameter M (Cerrato and Blackmer, 1990); B_1 and B_2 : scale parameters for N ; B_3 and B_4 : scale parameters for P ; B_5 and B_6 : scale parameters for the interaction $N-P$; Exp is the exponential function.

Modified logistic model for nitrogen and phosphorus:

$$Y = B_0 / [1 + B_1 \text{Exp}[-B_2 (N + A_k)] + B_3 \text{Exp}[-B_4 (P + C_k)] + B_5 \text{Exp}[-B_6 (N + A_k)(P + C_k)]] + \varepsilon \quad (5)$$

B_0 : maximum achievable yield; B_1 and B_2 : scale parameters for N ; B_3 and B_4 : scale parameters for P ; B_5 and B_6 : scale parameters for the interaction $N-P$; Exp is the exponential function.

With models (1) to (5), yield of the wheat variety Altar C-84 was analyzed. Yields were as obtained from experiments with crop rotations WW and WS conducted in 1986-1987 by CIANO with cooperating producers. In WW rotation there is a single crop per year, with a fallow period of at least six months. In WS rotation there are two crops per year. For each rotation, a randomized complete blocks design with four replications was used to study 16 fertilization treatments (Table 1). It should be clarified that the available data do not permit the manifestation of the complete effect, over a long term, of the rotations because of the lack of replications at that level of rotations and years. This situation makes extrapolation of the obtained results difficult; however, the data do permit the illustration of the models fit and risk analysis for selection of OED. As the rotations were established in sites with similar conditions, the analysis of variance (NOVA), necessary to determine the significance of response to the fertilizers, considers that blocks are nested in rotations. This assumption generates an

Cuadro 1. Tratamientos de fertilización y medias de rendimiento de grano (kg ha⁻¹) por rotación.
Table 1. Fertilization treatments and mean yields of grain (kg ha⁻¹) by rotation.

T [†]	N [‡]	P [§]	Rotación TT				Rotación ST			
			R ₁ ^p	R ₂	R ₃	Media	R ₁	R ₂	R ₃	Media
1	0	0	4082	4581	4395	4506	4999	5072	4937	4949
2	0	50	5071	5268	4919	5087	5537	4898	4990	5212
3	0	100	4737	4152	4383	4406	5055	5707	5494	5531
4	50	25	5877	5655	6058	5830	5904	6286	5473	6013
5	50	75	4941	6663	5814	5870	5771	5797	6842	6093
6	100	0	5630	6481	6191	6173	5659	6416	6483	6166
7	100	25	6177	7083	6147	6506	5644	7018	6723	6532
8	100	50	7158	6608	6306	6582	6251	6206	6481	6261
9	100	75	6518	7044	6656	6784	6744	6421	6645	6665
10	100	100	6218	6647	6936	6621	6427	6615	6754	6595
11	150	25	6395	6187	6501	6269	6363	5710	6519	6475
12	150	75	6918	6839	6535	6756	7186	7560	7263	7333
13	200	0	5807	6376	6173	6202	6299	6196	6327	6166
14	200	50	7208	7799	7249	7370	7821	6928	6622	6823
15	200	100	7028	7013	6029	6628	5641	6378	5552	5931
16	100	50	6096	6293	6550	6199	7096	6455	7004	6749

[†] Tratamiento (únicamente el tratamiento 16 incluye una dosis de 40 kg ha⁻¹ de K₂O).

[‡] Dosis de nitrógeno en kg ha⁻¹.

[§] Dosis de P (P₂O₅) en kg ha⁻¹.

^p R_i, representa el rendimiento del trigo en kg ha⁻¹ en la repetición i=1,2,3,4. R₄ no se presenta, pero se puede obtener con la media de las cuatro repeticiones.

los parámetros, necesarios en el procedimiento NLIN, se pueden proponer con las indicaciones sobre la interpretación de parámetros de la sección siguiente.

Los coeficientes de determinación (R²) para cada modelo se obtuvieron del A de V. Las predicciones de las dosis óptimas económicas se calcularon para una relación de precios de 3.5 para N-trigo y de 3 para P-trigo. Los rendimientos máximos económicos se obtuvieron sustituyendo las DOE en los modelos (6) a (10). En la selección de modelos se debe considerar el número de parámetros porque, en general, a mayor número se tiene mejor ajuste. El modelo polinomial modificado tiene nueve, los modelos cuadráticos usuales en conjunto tienen diez y los modelos modificados tienen siete. Para considerar la diferencia de este número en la comparación de modelos se utilizará el criterio de información de Akaike AIC (Bozdogan, 1987):

$$AIC = -2 \ln L(\hat{\theta}) + 2k,$$

donde $L(\hat{\theta})$ es la función de máxima verosimilitud y k es el número de parámetros independientes del modelo. Con este criterio se recomienda la selección del modelo con el mínimo valor AIC. La estimación de los parámetros de un modelo se realiza bajo el supuesto de que los errores tienen distribución normal, supuesto que se verificó aplicando la prueba de Anderson-Darling (Sinclair y Spurr, 1988) a los residuales.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El A de V (Cuadro 2) muestra diferencias significativas (p≤0.05) entre los tratamientos de fertilización

analysis similar to that of a split plot design with whole units in a completely random arrangement, fertilization treatments in subplots, and rotations and sites confounded in whole plots. The significance of the interaction rotations × fertilizer dosage indicates different responses to fertilizers for each rotation; these different responses are modeled with the modified models.

The program code in SAS (SAS, 1989), presented in the appendix, fits the modified quadratic model. For the rest of the models, the NLIN procedure was used to obtain the derivatives of the parameters included in the model that imply the logarithmic function; the N=0 and P=0 dosages were substituted by N=1 and P=1. The initial values for the parameters necessary in the NLIN procedure can be proposed with the indications on the interpretation of parameters in the following section.

The coefficients of determination (R²) for each model were obtained from the ANOVA table. The predictions of optimum economic dosage were calculated for a price ratio of 3.5 for N-wheat and 3 for P-wheat. The maximum economic yields were obtained by substituting the DOE in models (6) to (10). In the selection of models, the number of parameters should be considered since, in general, the larger the number, the better the fit. The modified polynomial model has nine, the usual quadratic models together have 10 and the modified models have seven parameters. To consider the difference in this number for model comparison, the Akaike information criterion (AIC) (Bozdogan, 1987) will be used.

$$AIC = -2 \ln L(\hat{\theta}) + 2k,$$

where $L(\hat{\theta})$ in the maximum likelihood function and k is the number of independent parameters of the model. With this criterion,

Cuadro 2. Análisis de varianza combinado.
Table 2. Combined analysis of variance.

Fuentes de variación	GL [†]	Rendimiento		Ingreso neto		F _{p=0.05}
		CM [¶]	F _C [§]	CM	F _C	
Rotación	1	363972	2.37NS	1313939	2.37 NS ^b	5.99
Rep (Rot)	6	153419		553843		
Tratamiento	15	3795169	26.27 [□]	7597639	14.57 [□]	1.78
Trat*Rot	15	394762	2.73 [□]	1425091	2.73 [□]	1.78
Error	90	144464		521516		
Total	127					

[†] Grados de libertad.

[¶] Cuadrados medios.

[§] Valor calculado de la distribución F.

^b Factor no significativo (p=0.05).

[□] Factor significativo (p=0.05).

y entre los ingresos netos de estos tratamientos; este análisis es equivalente a la prueba de Tukey para ingresos netos recomendada por Martínez y Martínez (1996). El A de V muestra también que la interacción rotaciones × dosis de fertilizantes es significativa (p≤0.05), lo cual indica la necesidad de ajustar modelos diferentes (tradicionales o modificados) para cada rotación. Análisis adicionales con el modelo cuadrático mostraron que la interacción N×P no fue significativa (p≤0.05). El contraste con los tratamientos (8) y (16) que difieren sólo en K no resultó significativo, por lo que el factor lineal de K no se incluyó en el modelo y la dosis óptima económica de K se fijó en cero.

Los modelos cuadráticos tradicionales de regresión son:

$$Y=4400.4+22.35 N-0.0627 N^2+19.80 P-0.1666P^2$$

para la rotación TT y $Y=4920.8+19.27 N-0.0672 N^2+15.68 P-0.1218 P^2$ para la rotación TS.

Los modelos (1) a (5), ajustados a los datos, se presentan en las expresiones (6) a (10).

$$Y = 4441.4 + 22.79(N + A_k) - .0674(N + A_k)^2 + 16.83(P + C_k) - .1397(P + C_k)^2$$

$$A_2 = 23.41, C_2 = -3.58$$

(6)

$$Y = 4363.2 + 24.74(N + A_k) - .1416(N + A_k)^{1.88} + 11.46(P + C_k) - .00001(P + C_k)^{3.94}$$

$$A_2 = 23.43, C_2 = -1.74$$

(7)

selecting the model with the least AIC value is recommended. Model parameters are estimated under the assumption that the errors have a normal distribution, assumption which was verified by application of the Anderson-Darling test (Sinclair and Spurr, 1988) to the residuals.

RESULTS AND DISCUSSION

The ANOVA (Table 2) shows significant differences (p≤0.05) among the fertilization treatments and among the net incomes of these treatments; this analysis is equivalent to the Tukey test for net incomes recommended by Martínez and Martínez (1996). The ANOVA table also shows that the interaction rotations × fertilizer dosage is significant (p≤0.05), indicating the need to fit different models (traditional or modified) for each rotation. Additional analyses with the quadratic model showed that the interaction N×P was not significant (p≤0.05). The contrast with treatments (8) and (16) that differ only in K was not significant, so that the linear factor K was not included in the model and the optimal economic dosage of K was set at zero.

The traditional quadratic regression models are:

$$Y=4400.4+22.35 N-0.0627 N^2+19.80 P-0.1666P^2$$

for TT rotation and $Y=4920.8+19.27 N-0.0672 N^2+15.68 P-0.1218 P^2$ for TS rotation.

Model (1) to (5), fitted to the data, are presented in expressions (6) to (10)

$$Y = 4441.4 + 22.79(N + A_k) - .0674(N + A_k)^2 + 16.83(P + C_k) - .1397(P + C_k)^2$$

$$A_2 = 23.41, C_2 = -3.58$$

(6)

$$\begin{aligned}
 Y &= 4496 + 1912.7 \text{Sen} \left[.0093(N + A_k) \right] \\
 &+ 517.9 \text{Sen} \left[.0260(P + C_k) \right] \\
 A_2 &= 24.33, C_2 = -5.01
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 Y &= 6798.6 - 2000.8 \text{Exp} \left[-.0191(N + A_k) \right] \\
 &- 396.4 \text{Exp} \left[-.051(P + C_k) \right] \\
 A_2 &= 18.36, C_2 = -4.58
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 Y &= 6805/1 + .4314 \text{Exp} \left[-.023(N + A_k) \right] \\
 &+ .0809 \text{Exp} \left[-.0525(P + C_k) \right] \\
 A_2 &= 19.39, C_2 = -2.78
 \end{aligned} \tag{10}$$

Para la Rotación TT A_1 y C_1 se fijaron en cero, en la rotación TS A_2 y C_2 se obtuvieron por el método de mínimos cuadrados. Se puede interpretar que el cultivo de soja deja A_2 kg más de N y C_2 kg más de P que el cultivo del trigo con descanso. Esto es, que N kg de nitrógeno en la rotación TT son equivalentes a $(N + A_2)$ kg de N en la rotación TS (por ejemplo, en el modelo senoidal 80 kg de N después de trigo son equivalentes a $80 + 24.3 = 104.3$ kg después de soja, pero 60 kg de P después de trigo son equivalentes a $60 - 5.01 = 54.91$ kg después de soja).

Los modelos cuadrático, polinomial y senoidal modificados, estiman en 4441.4, 4363.2 y 4496 kg el rendimiento del trigo sin fertilizantes. Los modelos exponencial y logístico modificados estiman en 6798.6 y 6805 kg el rendimiento máximo del cultivo del trigo. Los modelos exponencial y senoidal muestran directamente con B_1 que la contribución máxima de la fertilización nitrogenada es 2000.8 kg y 1912.7 kg, y que la contribución máxima de la fertilización fosfórica (con B_3) es 396.4 kg y 517.9 kg. El modelo logístico estima que el rendimiento sin la aplicación de fertilizantes es 4500 kg ($B_0 / [1 + B_1 + B_3]$). Estos indicadores pueden ser de gran utilidad para proporcionar los valores iniciales de los parámetros en los procedimientos NLIN y MODEL.

Los modelos ajustados tienen un coeficiente R^2 similar, ya que todos explican aproximadamente 85% de la variabilidad total (Cuadro 3). En el modelo polinomial (con uno de los valores mayores de R^2) el coeficiente de P no lineal es muy pequeño para compensar la magnitud del exponente igual a 3.94. Esto significa que el modelo polinomial es inestable y se desecha porque pequeños errores en la estimación de este coeficiente producirán grandes diferencias en las

$$\begin{aligned}
 Y &= 4363.2 + 24.74(N + A_k) - .1416(N + A_k)^{1.88} \\
 &+ 11.46(P + C_k) - .00001(P + C_k)^{3.94} \\
 A_2 &= 23.43, C_2 = -1.74
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 Y &= 4496 + 1912.7 \text{Sen} \left[.0093(N + A_k) \right] \\
 &+ 517.9 \text{Sen} \left[.0260(P + C_k) \right] \\
 A_2 &= 24.33, C_2 = -5.01
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 Y &= 6798.6 - 2000.8 \text{Exp} \left[-.0191(N + A_k) \right] \\
 &- 396.4 \text{Exp} \left[-.051(P + C_k) \right] \\
 A_2 &= 18.36, C_2 = -4.58
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 Y &= 6805/1 + .4314 \text{Exp} \left[-.023(N + A_k) \right] \\
 &+ .0809 \text{Exp} \left[-.0525(P + C_k) \right] \\
 A_2 &= 19.39, C_2 = -2.78
 \end{aligned} \tag{10}$$

For WW crop rotation, A_1 and C_1 were fixed at zero; in WS rotation, A_2 and C_2 were obtained with the least squares method. It can be interpreted that the soybean crop leaves A_2 kg more N and C_2 kg more P than the wheat crop with 6 months of fallow. That is, N kg of nitrogen in WW rotation is equivalent to $(N + A_2)$ kg N in TS rotation (for example, in the senoidal model 80 kg N after wheat is equivalent to $80 + 24.3 = 104.3$ kg after soybeans, but 60 kg P after wheat is equivalent to $60 - 5.01 = 54.91$ kg after soybeans).

The modified quadratic, polynomial, and senoidal models estimate wheat yield without fertilizers at 4441.4, 4363.2, and 4496 kg. The modified exponential and logistic models estimate the maximum yield of the wheat crop at 6798.6 and 6805 kg. The exponential and senoidal models show directly, with B_1 , that the maximum contribution of nitrogen fertilizer to wheat yield is 2000.8 kg and 1912.7 kg, respectively, and that the maximum contribution of phosphorus fertilization (with B_3) is 396.4 and 517.9 kg, respectively. The logistic model estimates that yield without fertilizer application is 4500 kg ($B_0 / [1 + B_1 + B_3]$). These indicators can be of great use to provide the initial values of the parameters in the NLIN and MODEL procedures.

The fitted models have similar R^2 coefficients since all explain approximately 85% of the total variability (Table 3). In the polynomial model (with one of the highest R^2 values), the coefficient of non-linear P is too small to compensate the magnitude of the exponent equal to 3.94. This means that the polynomial model

Cuadro 3. Dosis óptima económica (DOE) de nitrógeno y fósforo, rendimientos y estadísticas para la selección de los modelos estudiados. Table 3. Optimum economic dosage (OED) of nitrogen and phosphorus, yields and some statistics for model selection.

Modelo/Rotación	DOE N-P [†]		Rendimiento [‡]		R ² §	AD ^p	AIC [□]
	TT	TS	TT	TS			
Cuadrático en cada rotación (dos modelos)	150-50	117-52	6916	6741	0.883	0.392	459.4
Cuadrático	143-50	120-53	6814	6814	0.885	0.199	456.8
Polinomial	143-65	119-67	6891	6891	0.885	0.698	467.9
Senoidal	147-52	123-57	6874	6874	0.878	0.274	457.0
Exponencial	125-37	106-42	6556	6556	0.853	0.027	464.0
Logístico	126-42	107-46	6590	6590	0.859	0.027	463.9

[†] Dosis óptima económica de nitrógeno y fósforo, en kg ha⁻¹, considerando relaciones de precios de 3.5 para nitrógeno-trigo y de 3 para fósforo-trigo.

[‡] Rendimiento de grano en kg ha⁻¹.

[§] Coeficientes de determinación con respecto a las 32 medias de tratamientos (dos rotaciones).

^p Significancia de la prueba de normalidad de Anderson-Darling.

[□] Criterio de información de Akaike (Akaike's information criterion).

estimaciones del rendimiento y de la DOE. Los modelos exponencial y logístico proporcionan las DOE más bajas para N (125 y 126 kg ha⁻¹ para la rotación TT) y las DOE más bajas de P, sin embargo, la prueba de normalidad de Anderson-Darling rechaza que los residuales de estos modelos tengan una distribución normal, razón por la cual estos modelos no se recomiendan en este caso. El criterio AIC indica la selección del modelo cuadrático modificado (el modelo senoidal modificado es el segundo en orden de preferencia). Los modelos modificados coinciden en estimar que en la rotación TT se necesitan 18 a 23 (valores de A₂) kg ha⁻¹ N más que en la TS, pero que la TS requiere 2 a 5 kg ha⁻¹ P más que la TT. El modelo cuadrático común estima que la rotación TT necesita 33 kg ha⁻¹ más N y 2 kg ha⁻¹ menos P que la TS (Cuadro 3).

El análisis de riesgos (Cuadro 4) proporciona las pérdidas económicas (expresadas en kg ha⁻¹ de trigo) que se tendrían si la fertilización se basara en un modelo incorrecto. Por ejemplo, si el mejor modelo de respuesta fuera el exponencial modificado, pero la fertilización para el trigo en la rotación TT se basara en el modelo cuadrático tradicional, se aplicaría la fórmula 150-50 (DOE del modelo cuadrático tradicional; Cuadro 3) cuando debería aplicarse la fórmula 125-37 (DOE del modelo exponencial). Al aplicar 150-50 se obtendría un rendimiento de 6654 kg ha⁻¹ de trigo (estimación con el modelo exponencial); esto es, 98 kg ha⁻¹ de trigo más del óptimo. Sin embargo se aplicarían 25 kg más N (equivalentes al precio de 87.5 kg de trigo, con una relación de precios N-trigo de 3.5) y 13 kg N (equivalentes al precio de 39 kg de trigo, con una relación de precios P-trigo de 3) que proporcionan una pérdida equivalente a 28.5 kg ha⁻¹ de trigo. Estos resultados

is unstable and is rejected because small errors in the estimation of this coefficient will produce large differences in yield and OED estimations. The exponential and logistic models produce the lowest OED for N (125 and 126 kg ha⁻¹ for TT rotation) and the lowest DOE for P. However, the Anderson-Darling test rejects the null hypothesis that the residuals of this model have a normal distribution, therefore, these models are not recommended in this case. The AIC criterion indicates the selection of the modified quadratic model (the modified senoidal model is the second in order of preference). The modified models coincide in estimating that in TT rotation 18 to 23 (A₂ values) kg ha⁻¹ more N is needed than in TS, but TS requires 1 to 5 kg ha⁻¹ more P than TT. The common quadratic model estimates that TT rotation needs 33 kg ha⁻¹ more N and 2 kg ha⁻¹ less P than TS (Table 3).

Risk analysis (Table 4) provides economic losses (expressed in kg ha⁻¹ wheat) that would occur if fertilization is based on an incorrect model. For example, if the best response model were the modified exponential model, but fertilization for wheat in WW rotation were based on the traditional quadratic model, the formula 150-50 would be applied (OED of the exponential model), when actually the formula 125-37 (OED of the exponential model) should be applied. If 150-50 is applied, a yield of 6654 kg ha⁻¹ would be obtained (estimation of the exponential model), that is, 98 kg ha⁻¹ of wheat more than the optimum. However, 25 kg more of N would be applied (equivalent to the price of 87.5 kg of wheat, with an N-wheat price ratio of 3.5) and 13 kg P (equivalent to the price of 38 kg of wheat with a P-wheat price ratio of 3), which results in a loss equivalent to 28.5 kg ha⁻¹ of wheat. These results again favor the modified quadratic and senoidal models.

Cuadro 4. Pérdidas económicas (en kg ha⁻¹ de trigo[†]) resultantes de una selección inadecuada del modelo.
Table 4. Economic losses (in kg ha⁻¹ wheat) resulting from an incorrect selection of model.

Modelo utilizado	Rotación	Modelo de respuesta verdadero					
		Cuadrático en cada rotación	Modelos modificados				
			Cuad	Pol	Sen	Exp	Log
Cuadrático en cada rotación	TT [†]	0	2.5	39.5	0.5	28.5	23
	TS [§]	0	0.5	37	6	11.5	3
Cuadrático (Cuad)	TT	3.5	0	36	2	20	14.5
	TS	1.5	0	24.5	1.5	35	3.5
Polinomial (Pol)	TT	40	33	0	18	49	38.5
	TS	28	27.5	0	18	39.5	28
Senoidal (Sen)	TT	2	2	27	0	24	21.5
	TS	6	2.5	0	0	23.5	13
Exponencial (Exp)	TT	70.5	44	142	76	0	4.5
	TS	21.5	37	103.5	79.5	0	0.5
Logístico (Log)	TT	49	27.5	98.5	52.5	35.5	0
	TS	12	24	78	39	2.5	0

[†] Se eligió representar las pérdidas económicas en kg ha⁻¹ de grano de trigo debido a que la inflación vuelve obsoleta a las pérdidas expresadas en pesos. (en Mayo del 2005 el precio del Kg de trigo fue aproximadamente \$1.60).

[†] Rotación trigo-trigo.

[§] Rotación trigo-soya.

nuevamente favorecen a los modelos cuadrático y senoidal modificado.

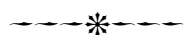
CONCLUSIONES

Los modelos modificados propuestos en este trabajo permiten formular una relación lógica: si se satisfacen los requerimientos de fertilización, el máximo rendimiento de trigo o de otro cultivo debe ser igual para todas las rotaciones en que interviene. Los modelos modificados tienen como ventajas: utilizar la información de todas las rotaciones para determinar la DOE del cultivo en cada rotación y requerir menos parámetros para ajustar la respuesta del cultivo. El ejemplo analizado muestra que la selección del modelo merece más atención cuando se desean obtener DOE, por este motivo, se propone incluir a estos modelos modificados en el análisis de las DOE para rotaciones de cultivos. Los modelos exponencial y logístico se descartaron por no satisfacer la suposición de normalidad de los errores. Los modelos cuadráticos tradicionales y polinomial modificado se eliminaron por utilizar más parámetros que el resto de los modelos, acción justificada con el criterio AIC que favorece al cuadrático modificado. Finalmente, aunque para formular recomendaciones de fertilización se requieren experimentos establecidos durante un mayor número de años, este trabajo ilustra la metodología propuesta.

CONCLUSIONS

The modified models proposed in this paper permit the expression of a logical relationship: if fertilization requirements are satisfied, the maximum yield of wheat, or other crop, should be equal for all of the rotations in which it intervenes. The modified models have the advantages of using the information of all of the rotations to determine crop OED in each rotation and of requiring fewer parameters to adjust the response of the crop. The example analyzed shows that the selection of the model deserves more attention when OED is obtained, and for this reason we propose including these modified models in the analysis of the OED for crop rotations. The exponential and logistic models are ruled out because they do not satisfy the assumption of error normality. The traditional quadratic and modified polynomial models are eliminated because they used more parameters than the rest of the models; this action is justified with the AIC criterion which favors the modified quadratic model. Finally, although to formulate fertilization recommendations it is required that the experiments be set up for a larger number of years, this paper illustrates the proposed methodology.

—End of the English version—



LITERATURA CITADA

- Bélanger G., J. R. Walsh, J. E. Richards, and P. Milburn. 2000. Comparison of three statistical models describing potato yield response to nitrogen fertilizer. *Agron. J.* 92: 1902-1908.
- Bozdogan, H. 1987. Model selection and Akaike's information criterion (AIC): The general theory and its analytical extensions. *Psychometrika* 52(3): 345-370.
- Cerrato, M.E., and A. M. Blackmer. 1990. Comparison of models for describing corn yield response to nitrogen fertilizer. *Agron. J.* 82: 138-143.
- Cochran, W. G. 1939. Long-term agricultural experiments. *J. Roy. Stat. Soc. Suppl.* 6: 104-148.
- Cruz M. I. R., O. H. Moreno R., and P. L. Chapman. 1996. Wheat yield response models to nitrogen and phosphorus fertilizer for rotation experiments in the northwest of México. *Cereal Res. Comm.* 24(2): 239-245.
- Cruz M. I. R., O. H. Moreno R., y M. Salazar G. 1997. Modelos de respuesta a nitrógeno y fósforo para el trigo en el Valle del Yaqui, Sonora. *Terra* 15(1): 29-35.
- Félix Verdugo, J. O., R. J. Laird, V. Volke, L. Landois P., y O. Moreno R. 1984. Efecto de algunos factores de clima y manejo sobre el rendimiento y la respuesta del trigo a la fertilización en el Valle del Yaqui, Sonora. *Agrociencia* 60: 123-141.
- INIFAP (Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias). 1997. El relevo del trigo por sorgo: una estrategia para integrar actividades agrícolas y pecuarias. Folleto Técnico Número 31. Centro de Investigación Regional del Noroeste. Campo Experimental Valle del Yaqui. INIFAP Produce. 40 p.
- Martínez G. A., y M. A. Martínez D. 1997. Interpretación econométrica de los experimentos con fertilizantes. *Terra* 15(1): 135-141.
- Rebolledo R., H. H. 1998. Estimación de diferentes modelos de regresión a experimentos de fertilización y su comparación con fines de generar recomendaciones óptimas económicas I. Casos con un solo factor. *Terra* 16(3): 247-258.
- SAS User's Guide. 1989. Version 6, fourth edition. SAS Institute Inc. Cary, N.C. 956 p.
- Seber G. A. F., and C. J. Wild. 2003. *Nonlinear Regression*. John Wiley & Sons. 769 p.
- Sinclair C. D., and B. D. Spurr. 1988. Approximations of the distribution function of the Anderson-Darling test statistic. *J. Amer. Statistical Soc.* 83(404): 1990-1991.
- Yates, F. 1954. The analysis of experiments containing different crop rotations. *Biometrics* 10(3): 324-346.

APENDICE

Programa en SAS con el procedimiento MODEL para ajustar el modelo cuadrático modificado. C denota al conjunto de datos con las variables: dosis de N, P y K, rendimiento promedio del trigo en la rotación TT (Y1) y en la rotación TS (Y2).

```
PROC MODEL DATA=C; ENDO Y1 Y2; EXOGENOUS N P;
PARMS B B1 B2 B3 B4 A2 C2;
Y1=B+B1*N+B2*P+B3*N*N+B4*P*P;
Y2=B+B1*(N+A2)+B2*(P+C2)+B3*(N+A2)*(N+A2)+
B4*(P+C2)*(P+C2);
FIT Y1 Y2; RUN;
```